

# Systèmes Logiques - EPFL

## Exercices

### Tables de Karnaugh

Etablir les tables de Karnaugh, lister tous les impliquants, signaler ceux qui sont essentiels, et donner les expressions logiques simplifiées pour les problèmes suivants :

1. Faire un circuit combinatoire qui prend en entrée 2 nombres A et B codés sur 2 bits et qui envoie à la sortie le produit Z de ces nombres. Z sera codé sur 4 bits.
2. Concevoir un circuit qui implémente la fonction majorité sur 5 variables d'entrée. Le circuit envoie 1 à la sortie quand le nombre de 1 est supérieur au nombre de 0 dans les bits en entrée.
3. Faire une fonction logique qui détermine la présence de signaux adjacents dans un mot de 6 bits. La fonction vaudra 1 ssi strictement 2 signaux adjacents valent 1.  
Exemple :  
 $A_5'A_4A_3A_2'A_1'A_0$  implique  $Z = 1$ , mais pas  $A_5'A_4A_3A_2'A_1A_0$ , ni  $A_5'A_4A_3A_2A_1'A_0'$ .
4. Synthétiser un système combinatoire à 5 entrées  $A[4:0]$  et 1 sortie Z. Z prend la valeur 1 quand le nombre décimal qui correspond aux entrées est divisible entièrement par 6, 7 ou 9.
5. On veut construire un comparateur de deux nombres A et B codés en binaire sur 2 bits. Le résultat sera exprimé en binaire sur 3 bits :  $Z_0, Z_1, Z_2$ .  $Z_0$  vaut 1 ssi  $A < B$ ,  $Z_1$  vaut 1 ssi  $A = B$  et  $Z_2$  vaut 1 ssi  $A > B$ .

## Systèmes Logiques - EPFL Exercices - Tables de Karnaugh Corrigé

1. Le circuit est un circuit à 4 variables d'entrées A [1 :0] et B[1 :0].

A1	A0	B1	B0	Z3	Z2	Z1	Z0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0	0	1

Table de vérité

Calcul des équations :

$Z3 = A1A0B1B0$  (se voit dans la table de vérité)

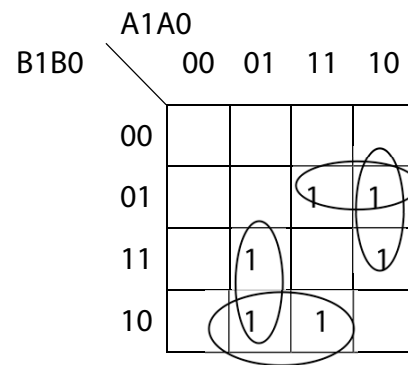
$Z2$  :

Les cases vides sont égales à 0.

		A1A0			
		00	01	11	10
B1B0	00				
	01				
	11			1	
	10			1	1

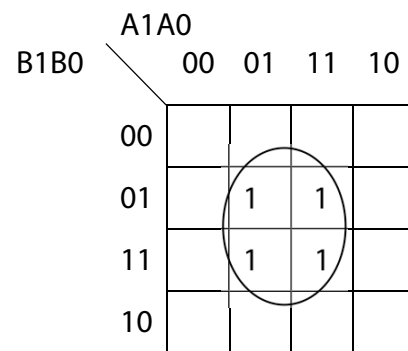
$$Z2 = A1A0'B1 + A1B1B0'$$

Z1:



$$Z1 = A1'A0B1 + A0B1B0' + A1B1'B0 + A1A0'B0$$

Z0:

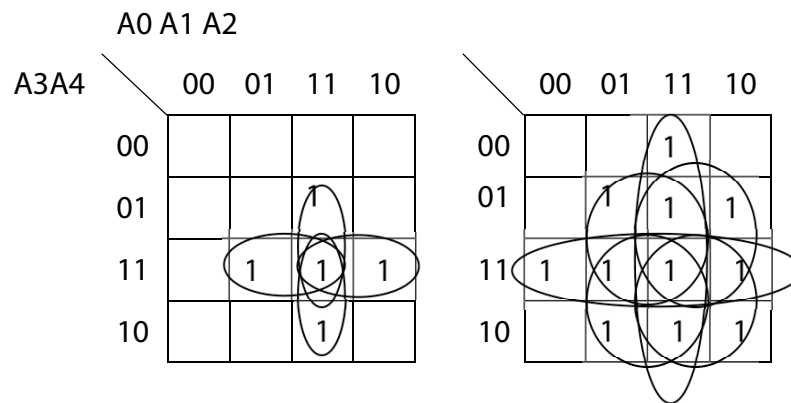


$$Z0 = A0B0$$

2. Fonction majorité

Il s'agit d'une fonction de 5 variables:  $Z = F(A_0, A_1, A_2, A_3, A_4)$ . Il faut faire une table de Karnaugh à 5 variables. La variable de poids fort est  $A_0$ . C'est sur  $A_0$  que le choix de la sous-table est fait ( $A_0 \Rightarrow$  sous-table de gauche,  $A_0' \Rightarrow$  sous-table de droite).

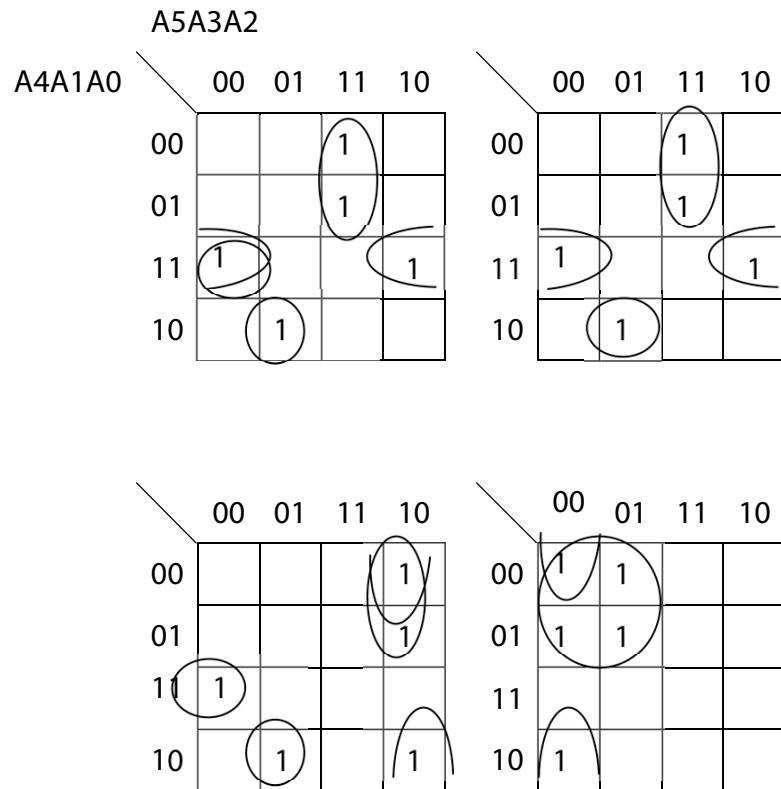
Z :



$$Z = A_0'A_1A_2A_4 + A_0'A_1A_3A_4 + A_0'A_1A_2A_3 + A_0'A_2A_3A_4 + A_0A_1A_2 + A_0A_3A_4 + A_0A_2A_4 + A_0A_1A_4 + A_0A_1A_3 + A_0A_2A_3$$

3. Détecteur de 2 signaux adjacents:

Z:



$$\begin{aligned}
 Z = & A4'A3A2A1' + A4'A2'A1A0 + A4'A3'A2A1A0' + A5A4A3'A1' \\
 & + A5A4A3'A2'A0' + A5'A4A3A2'A1' + A5'A4A3A2'A1A0' \\
 & + A5'A4A3'A2A1A0' + A5'A4A3'A2'A1A0.
 \end{aligned}$$

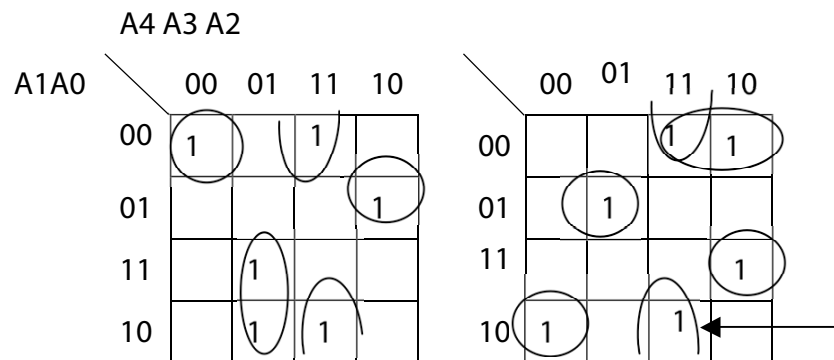
4.

Table de vérité :

A4	A3	A2	A1	A0	Z
0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	1
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	0

Trouver les équations minimales:

Z :



NB: l'impliquant pointé par la flèche touche les deux sous-tables.

$$Z = A3A2A0' + A4'A3'A2A1 + A4'A3'A2'A1'A0' + A4'A3A2'A1'A0 + A4A3A1'A0' + A4A3'A2A1'A0 + A4A3A2'A1A0 + A4A3'A2'A1A0'$$

5. Comparateur:

Table de vérité :

A0	A1	B0	B1	Z0	Z1	Z2
0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	1	0	0
0	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	0	1	0
1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1
1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	0	0	0	1
1	1	1	1	0	1	0

Calcul des équations :

Z0 :

		A0A1			
		00	01	11	10
B0B1	00				
	01	1			
	11	1	1		1
	10	1	1		

$$Z0 = A0'B0 + A0'A1'B1 + A1'B0B1$$

Z1 :

		A0A1			
		00	01	11	10
B0B1	00	1			
	01		1		
	11			1	
	10				1

$$Z1 = A0A1'B0B1' + A0A1B0B1 + A0'A1B0'B1 + A0'A1'B0'B1'$$

Z2 :

		A0A1			
		00	01	11	10
B0B1	00		1	1	1
	01			1	1
	11				
	10			1	

$$Z2 = A0B0' + A1B1'B0' + A0A1B1'$$